ASRSE
Agents des services régionaux
de soutien et d'expertise

Questions et réponses pour orienter la réflexion et la mise en œuvre de l'enseignement-apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes

Rédaction

Ce document a été réalisé par :

Nancy Aubry, personne-ressource pour les services régionaux de soutien et d'expertise pour les élèves en difficulté d'apprentissage pour la région de la Côte-Nord, Centre de services scolaire du Fer

Chantale Cayer, personne-ressource pour les services régionaux de soutien et d'expertise pour les élèves en difficulté d'apprentissage pour la région de la Côte-Nord, Centre de services scolaire de l'Estuaire

Patricia Lavigne, personne-ressource les services régionaux de soutien et d'expertise pour les élèves en difficulté d'apprentissage pour la région de la Mauricie et du Centre-du-Québec, Centre de services scolaire de la Riveraine

Isabelle Waltzing, personne-ressource pour les services régionaux de soutien et d'expertise pour les élèves en difficulté d'apprentissage pour la région du Saguenay et du Lac St-Jean, Centre de services scolaire du Saguenay

Caroline Daigle, conseillère pédagogique, Centre de services scolaire des Grandes-Seigneuries

En collaboration avec :

Isabelle Charest, chargée de projet à l'évaluation de la mathématique au primaire, Direction de l'évaluation des apprentissages, ministère de l'Éducation

Christine Bérubé, chargée de projet en mathématique au secondaire, Direction de l'évaluation des apprentissages, ministère de l'Éducation

Stéphanie Bernier, conseillère pédagogique, Centre de services scolaire de l'Estuaire

Benoît Dumas, personne-ressource pour les services régionaux de soutien et d'expertise pour les élèves en difficulté d'apprentissage pour la région de Montréal, Centre de services scolaire Marguerite-Bourgeoys

Jim Cabot-Thibault, personne-ressource pour les services régionaux de soutien et d'expertise pour les élèves en difficulté d'apprentissage pour la région du Bas-Saint-Laurent et de la Gaspésie–Îles-de-la-Madeleine, Centre de services scolaire René-Lévesque

Consultation :

Geneviève Dupré, responsable des programmes d'études en mathématique, Direction de la formation générale des jeunes, ministère de l'Éducation

Baya Sadli, responsable de l'évaluation en mathématique, Direction de l'évaluation des apprentissages, ministère de l'Éducation

Coordination :

Sylvie Trudeau, chargée de projet, Direction des services de soutien et d'expertise, ministère de l'Éducation

Mise en page :

Geneviève Bouchard, agente de bureau classe principale, Centre de services scolaire des Rives-du-Saguenay

Date de parution : mars 2021

Table des matières

Introduction 1

1. Qu'est-ce que la résolution de problèmes ? 3
2. Pourquoi devrais-je enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes ? 5
3. Lors de l'enseignement par la résolution de problèmes quels sont les rôles de l'enseignant et de l'apprenant ? 8
4. Est-ce que tous les concepts et processus mathématiques de la progression des apprentissages peuvent être enseignés et appris par la résolution de problèmes ? 12
5. Si j'enseigne la mathématique par la résolution de problèmes, qu'est-ce que je dois changer lors de ma planification ? 13
6. Comment enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes ? 14
7. Qu'est-ce qu'un bon problème ? 16
8. Doit-on enseigner une démarche de résolution de problèmes aux élèves ? 18
9. Si j'enseigne les mathématiques par la résolution de problèmes, qu'est-ce que je fais du matériel pédagogique (cahier du maître, cahier de l'élève, etc.) ? 22
10. De quoi avons-nous besoin comme matériel pour enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes ? 23
11. Comment évaluer la compétence à raisonner si j'enseigne les mathématiques par la résolution de problèmes ? 24
12. Comment faire le pont entre l'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes et les épreuves ministérielles en mathématique ? 26
13. Comment différencier l'enseignement des mathématiques par résolution de problèmes ? 27
14. Quelles sont les exemples de ressources disponibles ? 28

Introduction

Ce document, dont l'élaboration a débuté en 2019, a été développé avec l'objectif d'approfondir divers concepts et questionnements associés au fondement de la résolution de problèmes afin de soutenir le déploiement du Référentiel d'intervention en mathématique (RIM) dans les milieux. Ce document s'adresse à tous les intervenants scolaires désirant approfondir plus particulièrement l'enseignement-apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes. Il est construit sous forme de questions susceptibles d'émerger lors de la réflexion préalable à la mise en œuvre de cette modalité pédagogique. Les réponses proposées sont issues principalement du RIM, d'ouvrages de référence soutenant les données probantes ainsi que d'exemples qui rejoignent les pratiques efficaces d'enseignement-apprentissage des mathématiques.

Certains considèrent la résolution de problèmes davantage comme une modalité pédagogique permettant l'apprentissage de nouveaux concepts mathématiques (apprendre la mathématique PAR la résolution de problèmes). D'autres en parlent comme un moyen de permettre la consolidation et l'application de concepts mathématiques déjà appris (apprendre la mathématique POUR résoudre des problèmes). Finalement, elle peut servir de contexte pour le développement de stratégies cognitives et métacognitives au service de la résolution de problèmes (résoudre des problèmes pour apprendre à résoudre des problèmes).

La résolution de problèmes est souvent associée aux tâches classiques pour évaluer la compétence 1 (beaucoup de texte, plusieurs contraintes, contextualisée, etc.) Le mot **problème** réfère à un plus grand type de tâches. La posture voulant que les problèmes servent à construire des savoirs a des implications importantes sur le plan qu'occupe la résolution de problèmes dans l'enseignement-apprentissage de la mathématique et sur les rôles que jouent l'élève et l'enseignant dans un tel contexte. Si nous considérons que le savoir se construit à travers une situation-problème, il devient important que celle-ci se situe au début de l'enseignement-apprentissage d'un concept (Antoine, 1999). En effet, dans une approche, où l'on présenterait d'abord les contenus à apprendre qui seraient ensuite réinvestis dans le cadre d'une situation-problème, la fonction du problème changerait considérablement, puisque ce ne serait plus le lieu où se construit le savoir.

Pour aller plus loin :

Situations-problèmes : regards croisés d'Astolfi et Meirieu 2012

La résolution de problèmes mathématiques au primaire : pourquoi et comment ? Goulet et Voyer, 2019

Recherches et résolution de problèmes en enseignement des mathématiques : éducation, *mathematics education* et didactique des mathématiques. Proulx, 2019

La résolution de problèmes et l'enseignement-apprentissage des mathématiques : comment passer des résultats scientifiques à l'actualisation en salle de classe. Cabot-Thibault, 2019

1. Qu’est-ce que la résolution de problèmes?

Avant de parler de résolution de problèmes, il importe de définir ce que l’on entend par cette expression. Même s’il n’y a pas de consensus dans la littérature (Rajotte, 2009). Statistique Canada (2008) définit la résolution de problèmes ainsi : « La résolution de problèmes signifie la réflexion et l’action orientées vers un but dans des situations pour lesquelles aucune solution de routine n’existe. La personne qui cherche à résoudre un problème a défini un objectif de façon plus ou moins précise, mais ne sait pas exactement comment l’atteindre. L’incompatibilité des objectifs et des opérateurs admissibles est un problème. La compréhension du problème et sa transformation par étapes, fondée sur la planification et le raisonnement, constituent le processus de résolution de problèmes”.

Bair, Haesbroeck et Haesbroeck (2000) soutiennent qu’une question pose un problème lorsqu’elle est inhabituelle, mais accessible, et nécessite une pensée réflexive. Ils ajoutent qu’**un problème doit représenter un défi exigeant « la mobilisation d’aptitudes de compréhension et la mise en œuvre de connaissances dans des situations inédites »**. Cette idée de défi proposée par Bair et ses collègues (2000) appuie l’idée d’obstacle soulevée par Mayer (1991), en ce sens où **la démarche ne doit pas être connue d’emblée par le solutionneur pour atteindre le but poursuivi**. Ainsi, pour qu’il s’agisse d’un problème, **la solution doit être accessible à l’individu,** sans être trop facile ou trop difficile (Poirier, 2001; Voyer, 2006).

Afin de bien comprendre ce qu’est la résolution de problèmes mathématiques, le concept de problème au sens général doit être défini. Selon une perspective psycho-cognitive, Mayer (1991) soutient que trois caractéristiques essentielles sont à considérer afin de définir convenablement le concept de problème :

- un **état initial,** qui renvoie aux informations et aux conditions qui composent le problème donné;
- un but, qui constitue l’**état final** à atteindre;
- un **obstacle**, ensuite, qui précise que bien que certains moyens soient à la disposition du solutionneur pour transformer le problème de l’état initial à l’état final, **la séquence appropriée de comportements à adopter pour y parvenir n’est pas immédiatement évidente**.

Une situation-problème[1] se caractérise par le fait qu’il y a un but à atteindre, une tâche à réaliser ou une solution à trouver. L’objectif ne saurait être atteint d’emblée, car il ne s’agit pas d’un exercice d’application. Sa quête suppose, au contraire, raisonnement, recherche et mise en place de stratégies mobilisant des connaissances. La résolution de situations-problèmes en mathématique engage l’élève dans une suite d’opérations de décodage, de modélisation, de vérification, d’explicitation et de validation. Il s’agit d’un processus dynamique impliquant anticipations, retours en arrière et jugement critique.

1 Dans le présent texte, la résolution de problèmes ne réfère pas uniquement à la compétence « Résoudre une situation-problème » présentée dans le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ). En ce sens, le terme « problème » sera préféré à celui de « situation-problème » et ne référera pas uniquement au format de tâches habituellement utilisées pour enseigner et évaluer la compétence à résoudre des problèmes (SAÉ).

Une situation-problème se caractérise aussi par le fait qu'elle est contextualisée et qu'elle représente un défi à la portée de l'élève. Elle doit susciter son intérêt et son adhésion et l'inciter à se mobiliser pour élaborer une solution. Elle doit enfin inclure une préoccupation à l'égard de la réflexion métacognitive (PFEQ, mathématique, primaire, p.126)

Si le problème est trop facile, certains auteurs soutiennent que c'est le terme exercice qui devrait plutôt être utilisé. C'est le cas des auteurs ayant participé à l'élaboration du guide pédagogique *Fascicule K* proposé par le MEQ (1988). Selon ces derniers, un exercice en mathématique peut être défini comme une situation où l'élève trouve rapidement un moyen de répondre à une question posée ou de réaliser une tâche proposée. Contrairement à un problème, lors d'un exercice, les élèves « voient spontanément comment s'y prendre pour le résoudre » (Fascicule K, 1988, p. 18). Dans la même veine, le ministère de l'Éducation de l'Île-du-Prince-Édouard (2010) soutient que « **Si les élèves connaissent déjà des moyens de résoudre le problème, ce n'est plus un problème, mais simplement un exercice** » (p. 25). Inversement, **si le problème est trop difficile, Voyer (2006) affirme qu'il risque d'être ignoré**.

2. Pourquoi devrais-je enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes ?

L’enfant qui entre à l’école a déjà tout ce qu’il faut pour réussir. Des problèmes, il en a déjà rencontré et résolu (Picard, 2018. p.14). La résolution de problèmes n’est pas l’apanage des mathématiques. Tous les programmes-cadres actuels privilégient la résolution de problèmes parce qu’elle fait partie intégrante du processus d’apprentissage. Elle permet de développer chez les élèves une multitude d’habiletés intellectuelles et un esprit d’engagement et de responsabilisation par rapport à l’apprentissage. (MÉO, fascicule 2, p. 4)

En mathématique, la compétence à résoudre des problèmes est au cœur des programmes du primaire et du secondaire. La résolution de problèmes assure maintenant un double rôle dans les programmes de formation. Cette activité est vue à la fois comme un objet d’apprentissage, c’est-à-dire comme une compétence à développer, et comme un moyen d'acquisition de nouvelles connaissances (Voyer, 2009). En effet, la résolution de problèmes ne doit pas seulement être perçue comme un objet d’apprentissage, mais aussi comme un moyen privilégié de s’investir activement en réfléchissant à la résolution de problèmes signifiants (NCTM, 2000).

L’enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes peut servir à poursuivre à la fois l’acquisition d’un concept et l’acquisition de processus ou de stratégies. Les enseignants de mathématiques doivent non seulement apprendre aux élèves à résoudre des problèmes, mais aussi leur apprendre les mathématiques à travers la résolution de problèmes. Même si « de nombreux élèves peuvent acquérir une certaine aisance avec les procédures…, il leur manque souvent les connaissances conceptuelles nécessaires pour résoudre de nouveaux problèmes ou pour établir les relations entre les idées mathématiques ». C’est là un véritable défi pour le personnel enseignant. L’apprentissage par la résolution de problèmes (ARP) offre aux enseignants la possibilité de relever ce défi. Ainsi, les savoirs mathématiques prennent du sens dans les problèmes qu’ils permettent de résoudre efficacement. D’où la pertinence et l’importance d’enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes (Maheux et Proulx, 2014).

Payne (1990) précise que l’enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes amène les élèves à prendre des risques, à s’attaquer à des tâches non familières sans les abandonner, bref, à essayer et à persévérer. De cette façon, ils font preuve de souplesse dans leur raisonnement et ils savent que beaucoup de problèmes peuvent être modélisés, représentés et résolus de plus d’une manière.

Par ailleurs, Small (2013) rapporte que la résolution de problèmes en mathématique a souvent été utilisée comme un point d’arrivée au terme d’une séquence d’enseignement, voire comme un moyen de transfert des apprentissages. Pour optimiser l’apport de la résolution de problèmes, cette auteure avance qu’il serait encore plus avantageux de l’utiliser comme le moyen d’apprentissage de la mathématique.

De plus, Van de Walle et Lovin (2007, p. 10) précisent également que les élèves :

« […] doivent résoudre des problèmes, non pour mettre en pratique les notions mathématiques qu'ils possèdent déjà, mais pour en apprendre de nouvelles. Lorsqu'ils doivent résoudre des problèmes judicieusement choisis et se concentrer sur les méthodes de solution, il en résulte une nouvelle compréhension des concepts mathématiques intégrés dans la tâche. Dans cette perspective, le problème proposé devient un outil privilégié pour donner du sens aux concepts mathématiques enseignés » (Sarrazy, 2008).

La résolution de problèmes permet aux élèves :

- d'apprendre des concepts mathématiques grâce à un contexte qui encourage l'acquisition et l'utilisation d'habiletés;
- d'améliorer leur raisonnement mathématique en explorant diverses idées mathématiques, en faisant des conjectures et en justifiant les résultats;
- d'établir des liens entre les divers concepts mathématiques;
- de représenter des idées mathématiques et de modeler des situations à l'aide de divers outils tels que du matériel concret, des dessins, des diagrammes, des nombres, des mots et des symboles;
- de s'engager dans diverses activités et de choisir les outils (matériel de manipulation, calculatrice, outils technologiques) et les stratégies de calcul appropriés;
- de réfléchir sur l'importance du questionnement dans le monde des mathématiques;
- de s'intéresser aux mathématiques et de se questionner sur leur utilisation dans le monde qui les entoure;
- de persévérer en affrontant de nouveaux défis;
- de formuler leurs propres explications et d'écouter celles des autres;
- de participer à des activités d'apprentissage ouvertes qui permettent l'utilisation de diverses stratégies de résolution;
- de développer des stratégies applicables à de nouvelles situations;
- de collaborer avec les autres pour élaborer de nouvelles stratégies.

(Référence : Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6^{e} année, fascicule 2, page 6.)

Bref, l'élève doit parvenir à reconnaitre, dans une situation complexe, les éléments qui définissent le problème. Il doit apprendre à s'appuyer sur les ressources internes et externes dont il dispose pour imaginer diverses solutions et mettre en pratique celle qui lui paraîtra la plus appropriée, compte tenu du contexte et des objectifs qu'il poursuit. Il découvrira aussi qu'il peut y avoir plusieurs démarches pour résoudre un problème et que certaines sont plus efficaces que d'autres. (PFEQ, p. 18)

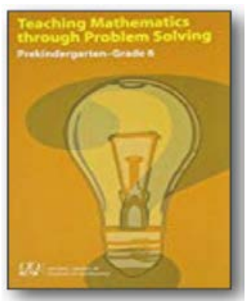
La résolution de problèmes est un processus essentiel à l'apprentissage des mathématiques. Elle fait partie intégrante des attentes et des contenus des programmes-cadres de mathématiques pour les raisons suivantes :

- elle est la raison d'être des mathématiques dans la vie quotidienne;
- elle aide les élèves à acquérir de l'assurance en mathématique;
- elle permet aux élèves d'apprendre à utiliser et à expliquer leurs propres stratégies et à reconnaître que plusieurs stratégies très différentes mènent à la même solution;
- elle permet aux élèves d'utiliser les connaissances acquises à la maison et d'établir des liens avec des situations quotidiennes;
- elle donne un sens aux habiletés à développer et aux concepts à assimiler;
- elle permet aux élèves de développer leurs habiletés à raisonner, à communiquer leurs idées, à faire des liens et à appliquer leurs connaissances;
- elle offre l'occasion d'utiliser les processus de la pensée critique (l'estimation, l'évaluation, la classification, l'établissement de relations, la formulation d'hypothèses, la justification d'une opinion et l'expression d'un jugement);
- elle permet aux élèves de comprendre que l'erreur offre des occasions de réexaminer une démarche, d'analyser un processus et de raisonner à un niveau plus élevé;
- elle favorise le partage de stratégies et d'idées dans un esprit de collaboration;
- elle aide les élèves à apprécier les mathématiques;
- elle offre à l'enseignant ou à l'enseignante d'excellentes occasions d'évaluer la compréhension des concepts et l'habileté à résoudre des problèmes, à appliquer des procédures et à communiquer des idées chez les élèves.[1]

(MÉO, fascicule 2, page 6.)

En conclusion, « la démarche de résolution de problèmes s'étend à toutes les sphères de l'activité humaine. Au quotidien, une multitude de situations exigent que nous réagissions. Il nous faut faire des choix, opter pour une réponse parmi un éventail de possibilités qui ne sont pas toutes d'égale valeur. Développer l'habileté à gérer rationnellement ces situations peut se révéler fort utile lorsque l'enjeu est important. C'est cette habileté qui est en cause dans la compétence à résoudre des problèmes » (PFEQ p.18).

Pour aller plus loin :



3. Lors de l'enseignement par la résolution de problèmes quels sont les rôles de l'enseignant et de l'apprenant ?

L'enseignement par la résolution de problèmes consiste à aider les élèves à comprendre les concepts et les processus mathématiques en leur proposant des situations de résolution de problèmes engageantes. Ceci implique une posture et des rôles spécifiques pour l'enseignant et l'élève. Il est très important de réaliser que l'enseignement par la résolution de problèmes demande du recul de la part de l'enseignant ou de l'enseignante qui désire tout faire, tout montrer. Il ou elle doit plutôt accompagner les élèves dans leur recherche de solution en les incitant à réfléchir, à se questionner et à développer leurs propres stratégies pour résoudre le problème. (MÉO, 2016 fascicule 2, p. 8).

Les informations qui suivent, issues du *Référentiel d'intervention en mathématique* (RIM) et d'autres ouvrages de référence, précisent les rôles de l'enseignant et de l'élève lors de l'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes.

Rôles de l'enseignant

En tant qu'enseignant, il importe d'abord de s'assurer de proposer aux élèves un problème qui fera évoluer leurs connaissances mathématiques. Pour ce faire, il faut pouvoir déterminer où en sont les connaissances mathématiques des élèves afin de leur proposer un problème qui permettra de partir de ces connaissances pour les faire évoluer. (RIM, 2019, p. 29).

Tout au long de la tâche, l'enseignant aura donc comme rôles :

- d'agir comme médiateur;
- de choisir, d'adapter ou de construire des tâches qui permettent à chaque élève d'apprendre avec ou sans aide d'autrui;
- de s'assurer que les apprenants comprennent bien la situation de départ;
- de favoriser les interactions sociales;
- de prendre en compte l'hétérogénéité du groupe.

En tant que facilitateur ou facilitatrice, il ou elle :

- propose des problèmes appropriés et stimulants;
- aide les élèves à élargir leur apprentissage;
- encourage et accepte les stratégies de résolution de problèmes proposées par les élèves;
- questionne les élèves et les incite à réfléchir;
- utilise le modelage;
- observe et évalue le processus de résolution de problèmes des élèves;
- prévoit les difficultés conceptuelles et les méprises possibles;
- aide les élèves à surmonter les difficultés éprouvées. (MÉO fascicule 2 p. 27)

Il est important de préciser que l'enseignant doit prévoir les actions qu'il posera pour aider les élèves pour qui la tâche est trop difficile ou trop facile (Charnay, 2003 p.19 - RIM, p. 27).

Ainsi, Saint-Laurent (2002) propose diverses actions pour soutenir les élèves en difficulté :

- observer l'élève en train de faire une activité d'apprentissage, ne pas présupposer sa procédure, mais plutôt l'interroger pour en savoir plus;
- faire attention au langage non verbal, car l'élève décode facilement, par nos mimiques, qu'il fait fausse route et il cesse alors de se questionner;
- se distancer de ses propres processus pour mieux comprendre celui de l'élève;
- reconnaitre les ressources qu'utilise l'élève autant que celles qui lui font défaut;
- tenir compte de différentes productions de l'élève pour avoir une vision d'ensemble de ses stratégies;
- démarrer l'intervention à partir des mots de l'élève;
- stimuler les connaissances antérieures;
- examiner avec l'élève les productions de ses pairs pour dégager différentes avenues de solution et l'amener à prendre conscience de son propre processus;
- dégager différentes pistes pour analyser les sources de l'erreur.

Par ailleurs, Jacinthe Giroux (Soutien aux élèves en difficultés… le choix des problèmes) précise qu'afin de soutenir les élèves, l'enseignant doit :

- favoriser des situations dont les consignes, le matériel ou le contexte n'écrasent pas le savoir;
- offrir des types variés de problèmes (problème complexe, mais pas compliqué à comprendre);
- organiser l'environnement de manière à favoriser une rétroaction rapide sur la justesse des connaissances engagées;
- soutenir la mise en œuvre d'une stratégie finalisée pour que l'élève puisse apprécier l'effet ou l'efficacité de sa stratégie;
- soutenir le passage à l'écrit mathématique par la modélisation (ex. : structure multiplicative = multiplication entre deux grandeurs);
- miser sur la sensibilité des élèves aux régularités;
- faire faire des mathématiques, c'est aussi faire des mathématiques nous-mêmes! (Ne pas court-circuiter l'activité mathématique des élèves).

Pendant que les élèves travaillent à résoudre le problème, l'enseignant ou l'enseignante observe en tenant compte de deux objectifs tout au long de la situation d'apprentissage. Par exemple, à certains moments durant le travail, il ou elle peut arrêter un élève et lui poser des questions portant sur sa compréhension du concept ou sur la démarche suivie pour résoudre le problème.

(MÉO, fascicule 2 page 7)

Voyer et Forest (2019), soulignent que la résolution de problèmes peut être un contexte d'enseignement-apprentissage pour favoriser une compréhension conceptuelle en mathématique. Dans ce contexte l'enseignant sera appelé à :

1. favoriser l'intérêt et l'engagement des élèves dans leurs apprentissages mathématiques;
2. créer un contexte signifiant pour faire des mathématiques;
3. viser une compréhension conceptuelle des mathématiques;
4. placer les élèves dans une véritable situation de résolution de problèmes.

L'enseignant doit, au terme de la résolution d'un ou de plusieurs problèmes, procéder à la mise en évidence des apprentissages en les rendant saillants et explicites. Cette institutionnalisation des savoirs mathématiques est un moment crucial, car il permet de formaliser chez les élèves les apprentissages prescrits par le PFEQ et la progression des apprentissages (PDA). Pour ce faire, il serait par exemple possible de consigner ces apprentissages sur des affiches en classe, dans le cahier de l'élève, dans une carte d'idées, etc. Ces modalités ayant toutes pour but de concevoir progressivement un aide-mémoire collectif des apprentissages réalisés.

Rôle de l'apprenant

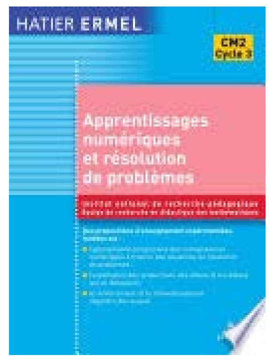
Les élèves sont actifs (recherche de solution, réflexion, questionnement, développement de stratégies) dans leur apprentissage pour résoudre le problème et, lors de l'échange mathématique, utilisent différentes représentations (p. ex. : illustrations, diagrammes, graphiques, modèles, matériel de manipulation) pour confirmer leur compréhension des concepts et des processus. Ce temps d'échange est un temps d'objectivation pendant lequel les élèves confrontent leurs idées et tentent de comprendre la démarche des autres dans le but de consolider leur apprentissage. (MÉO, fascicule 2, p. 9).

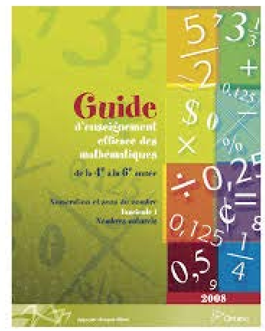
Selon Van de Walle (2007), les élèves doivent résoudre des problèmes pour apprendre de nouvelles notions. Il en résultera une nouvelle compréhension des concepts associés à la tâche. Les élèves s'engagent ainsi dans une pensée réflexive leur permettant d'évaluer quelles méthodes fonctionnent ou pas, de justifier leurs résultats ou d'évaluer les idées des autres et de s'interroger à propos de celles-ci donnant ainsi une signification à de nouveaux concepts.

Les élèves explorent le problème et le résolvent seuls ou avec des pairs, c'est-à-dire qu'ils s'approprient le problème (principe de dévolution) en tentant d'analyser et de comprendre la situation présentée, de mobiliser et d'appliquer des outils mathématiques (concepts, processus et stratégies) et de laisser des traces pour communiquer leur solution à l'oral ou à l'écrit. Par la suite, en grand groupe, les élèves proposent différentes façons de résoudre le problème. (RIM, p. 20-21)

En conclusion, Seeley (2016) recommande d'utiliser la forme « TU, NOUS, JE » afin de préciser les rôles de l'enseignant et des apprenants pour l'enseignement et l'apprentissage de la mathématique : « TU vas tenter de comprendre et de solutionner un problème, même si c'est quelque chose que tu ne connais pas, NOUS allons parler de ta réflexion et de tes essais, et JE, comme enseignant, vais m'assurer que tu comprennes les mathématiques […] » (RIM. p.21).

Pour aller plus loin :





p. 34 à 40

4. Est-ce que tous les concepts et processus mathématiques de la progression des apprentissages peuvent être enseignés et appris par la résolution de problèmes ?

La résolution de problèmes est souvent considérée comme une modalité pédagogique pour l'apprentissage des concepts et des processus mathématiques (Brousseau, 1998; Lajoie et Bednarz, 2014; Small, 2013; Van de Walle et Lovin, 2007). Selon Van de Walle et Lovin (2007), la résolution de problèmes est le meilleur moyen d'enseigner la plupart, sinon la totalité, des principales procédures et des principaux concepts mathématiques. (RIM, p.17). Afin de trouver une solution, les élèves doivent s'appuyer sur leurs connaissances et souvent, grâce à ce processus, développent ou approfondissent leur compréhension mathématique.

La résolution de problèmes est au cœur des activités mathématiques comme de celles de la vie quotidienne. Elle est observée sous deux angles. D'une part, elle est considérée comme un processus, d'où la compétence « Résoudre une situation-problème ». D'autre part, en tant que modalité pédagogique, elle soutient la plupart des démarches d'apprentissage de la discipline. Van de Walle et Lovin (2007, p. 10) précisent également que les élèves : « […] doivent résoudre des problèmes, non pour mettre en pratique les notions mathématiques qu'ils possèdent déjà, mais pour en apprendre de nouvelles. Lorsqu'ils doivent résoudre des problèmes judicieusement choisis et se concentrer sur les méthodes de solution, il en résulte une nouvelle compréhension des concepts mathématiques intégrés dans la tâche. »

5. Si j'enseigne la mathématique par la résolution de problèmes, qu'est-ce que je dois changer lors de ma planification ?

Comme le rapporte Van de Walle et Lovin (2007), la résolution de problèmes est le meilleur moyen d'enseigner la plupart, sinon la totalité, des principales procédures et des principaux concepts mathématiques. L'enseignant ne doit rien changer dans le contenu à enseigner (PFEQ, PDA). Il doit plutôt changer sa manière de planifier et d'enseigner les contenus. Par ailleurs, le fait que les élèves de la classe aient un bagage mathématique et culturel hétérogène, tant sur le plan des concepts et des processus que sur celui des stratégies cognitives et métacognitives et du vocabulaire, exige que le déroulement de l'apprentissage par la résolution de problèmes soit rigoureusement planifié (RIM, p.19).

En contexte d'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes, il s'avère essentiel que l'enseignant détermine avec précision l'intention d'apprentissage qu'il poursuit afin de choisir un ou plusieurs problèmes qui permettront de faire cheminer les élèves vers cet apprentissage. Plus de précisions sur le choix de problèmes seront données à la question 7.

Lors de sa planification, l'enseignant doit prévoir les actions qu'il posera pour aider les élèves pour qui la tâche est trop difficile ou trop facile. Pour ce faire, il peut effectuer une analyse *a priori* du problème qu'il propose. Selon Charnay (2003, p. 19), « l'analyse *a priori* constitue un des outils professionnels d'aide à la décision, en permettant d'anticiper certaines réactions d'élèves et donc d'orienter certains choix de l'enseignant ».

Toujours selon Charnay (2003), cette analyse *a priori* permet à l'enseignant d'émettre des hypothèses sur :

- les démarches, les stratégies et les procédures que les élèves utiliseront;
- les obstacles qu'ils rencontreront et les erreurs que ceux-ci engendreront;
- l'organisation pédagogique qui favorisera l'apprentissage dans la classe (travail seul ou en équipe, matériel à fournir aux élèves, etc.);
- des interventions à mettre en place qui favoriseront l'apprentissage.

Concrètement, cette analyse *a priori* pourrait permettre à l'enseignant de prévoir des questions à poser à un élève qui serait « en panne » devant la tâche ou de proposer des actions supplémentaires à un autre qui aurait résolu le problème rapidement. L'enseignant pourrait également prévoir certains changements à apporter à la tâche tels que la modification de nombres ou du contexte. Des élèves pourraient ainsi établir des relations entre certaines données pour ensuite revenir au problème tel qu'il a été présenté initialement. Sans l'analyse *a priori*, la gestion pédagogique de la situation d'apprentissage peut se détériorer rapidement, par exemple, plusieurs élèves sont « en panne » devant la tâche, alors que d'autres dérangent leurs pairs parce qu'ils ont terminé, jusqu'au point où l'enseignant sera tenté de prendre les choses en main et d'enseigner la façon de résoudre le problème, ce qui n'est pas cohérent par rapport aux visées de l'apprentissage de la mathématique PAR la résolution de problèmes.

6. Comment enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes?

Pour optimiser l'apport de la résolution de problèmes, Small (2013) avance qu'il serait encore plus avantageux de l'utiliser comme le moyen d'apprentissage de la mathématique. Rappelons que le terme « résolution de problèmes » renvoie à un contexte d'enseignement-apprentissage de la mathématique et non uniquement à la compétence « Résoudre une situation-problème » du Programme de formation de l'école québécoise. (PFEQ)

Lorsqu'un problème a été choisi par l'enseignant et que l'analyse *a priori* a été effectuée, l'activité de résolution de problèmes peut être vécue en classe. Plusieurs auteurs se sont penchés sur le déroulement de cette activité et certains l'ont décrite selon trois temps d'enseignement distincts (Brousseau 1998; MEO, 2006; Seeley, 2016).

Les trois temps d'un enseignement PAR la résolution de problèmes

1. Les élèves explorent le problème et le résolvent seuls ou avec des pairs, c'est-à-dire qu'ils s'approprient le problème (principe de dévolution) en tentant d'analyser et de comprendre la situation présentée, en établissant les relations entre les données, en mobilisant et en appliquant des outils mathématiques (concepts, processus et stratégies) et en laissant des traces pour communiquer leur solution à l'oral ou à l'écrit. À ce moment, l'enseignant les observe et peut répondre à des questions de clarification. Il s'appuie sur son analyse *a priori* pour poser des sous-questions à des élèves et leur permettre d'aller plus loin. Il peut également proposer à certains élèves des ajustements de manière à rendre le problème plus accessible pour eux en manipulant les variables didactiques.
2. En grand groupe, les élèves proposent différentes façons de résoudre le problème. L'enseignant joue alors un rôle de médiateur. Il les amène à comparer leurs solutions et à rendre explicites les ressemblances et les différences entre celles-ci. Il questionne également les élèves sur la certitude de leurs propos et provoque une confrontation saine d'idées entre eux pour les amener à cheminer dans leur propre compréhension des concepts en jeu.
3. Finalement, l'enseignant formalise les apprentissages qui ont été effectués par la résolution du problème, c'est-à-dire qu'il rend explicites les apprentissages mathématiques. La connaissance acquise pourra alors servir d'outil pour la résolution de nouveaux problèmes.

D'un point de vue théorique, cette séquence d'enseignement en trois temps est appuyée par une étude menée par DeCaro et Rittle-Johnson (2012) qui leur a permis de conclure qu'une phase de découverte préparait mieux les élèves à la formalisation de la compréhension des concepts qu'un enseignement de ceux-ci suivi de la résolution d'un problème faisant appel à ces concepts. Elle a également été proposée plus ou moins explicitement par quelques auteurs et avec une terminologie parfois très différente de l'un à l'autre (RIM. p. 20-21).

Pour sa part, le MEO (2006) propose trois temps pour la résolution de problèmes : la mise en train, l'exploration en groupe et l'objectivation des apprentissages (RIM. p. 21).

Pour aller plus loin :

7. Qu'est-ce qu'un bon problème ?

En tant qu'enseignant, il importe d'abord de s'assurer de proposer aux élèves un problème qui fera évoluer leurs connaissances mathématiques. Pour ce faire, il faut pouvoir déterminer où en sont les connaissances mathématiques des élèves afin de leur proposer un problème qui permettra de partir de ces connaissances pour les faire évoluer (RIM. p.29).

Une première caractéristique d'un bon problème pour l'enseignement-apprentissage de la mathématique PAR la résolution de problèmes, documentée par plusieurs auteurs, est le fait qu'il puisse donner une rétroaction à l'élève (Brousseau, 1998; Charnay, Douaire, Valentin et Guillaume, 2005; Giroux, 2014). À ce sujet, Charnay et ses collaborateurs (2005, p. 82) mentionnent ce qui suit : Ces situations sont souvent « autovalidantes » : au terme de sa procédure, l'enfant peut se rendre compte s'il a réussi ou non. Il est important que l'enfant comprenne que c'est à lui de dire si lui ou un autre enfant a résolu le problème proposé.

D'autres caractéristiques d'un bon problème sont notamment présentées dans le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*, élaboré par le ministère de l'Éducation de l'Ontario (MEO, 2006, p.28). Un bon problème devrait posséder les caractéristiques suivantes :

- il est formulé clairement, sous forme d'un énoncé écrit, oral ou même illustré, de façon à être compris par tous les élèves;
- il est énoncé de façon à ne pas induire une stratégie de résolution ou l'emploi d'un algorithme en particulier;
- il éveille la curiosité et maintient l'intérêt des élèves;
- il incite à la réflexion et aux échanges mathématiques;
- il est à la portée de tous les élèves tout en leur offrant un défi;
- il se prête à l'utilisation d'une variété de stratégies de résolution;
- il fait appel au vécu des élèves;
- il donne lieu à une ou à plusieurs réponses correctes.

(RIM, p. 18)

Par ailleurs, un bon problème suscite l'intérêt des élèves et leur permet d'utiliser les stratégies qu'ils ont définies comme étant utiles plutôt que des procédures conventionnelles qui leur sont imposées. Un très bon problème permet à tous les élèves de résoudre au moins en partie le problème et de donner des réponses qui reflètent leur niveau de compréhension et de raisonnement et qui renseignent l'enseignant ou l'enseignante sur leur façon de penser (MÉO, Fascicule 2, p.30).

La démarche suivante peut être utile pour formuler de bons problèmes ouverts et peut fournir un encadrement à l'enseignant ou à l'enseignante pour qui le concept est nouveau :

1re étape : déterminer le concept que les élèves doivent comprendre (p. ex. : symétrie, rotation) plutôt que l'habileté à laquelle appliquer une procédure;

2e étape : trouver, dans les manuels ou dans les ressources pédagogiques, une situation d'apprentissage qui porte sur ce concept;

3e étape : se poser les questions suivantes à propos de la situation :

- le problème porte-t-il davantage sur la compréhension du concept que sur la connaissance des procédures?
- les mathématiques sont-elles au cœur de la situation?
- la situation exige-t-elle de justifier ou d'expliquer les réponses obtenues ou les méthodes utilisées?
- Y a-t-il plus d'une façon d'arriver à une solution?

4e étape : réviser le problème s'il ne répond pas aux critères de la troisième étape.

Van de Walle (2008) souligne qu'il est important d'« éviter de compliquer les choses. Pour être efficace, une tâche n'a pas besoin d'être complexe. Souvent, un problème simple suffit, du moment que la recherche de solution guide les élèves dans la direction voulue…. Les tâches qui conviennent peuvent souvent venir directement de votre manuel. Vous pouvez modifier une leçon avec consignes de manière à permettre aux élèves de travailler sur l'idée principale » (p. 24). De plus, il serait intéressant de réfléchir à des questions à poser aux élèves pour les amener plus loin, les remettre en doute, les forcer à justifier, les aider à faire des liens, etc.

8. Doit-on enseigner une démarche de résolution de problèmes aux élèves ?

Depuis plus de cinquante ans, un très grand nombre d'auteurs ont tenté de décrire et de schématiser le processus cognitif qui permet de résoudre des problèmes. La description et la schématisation de ce processus constituent une heuristique de résolution de problèmes. À ce sujet, le PFEQ (2006c, p.19) mentionne que : « La résolution de situations-problèmes, qui constitue l'un des fondements de l'activité mathématique, repose sur une démarche heuristique, c'est-à-dire axée sur l'exploration et la découverte. Elle permet de construire des objets mathématiques, de leur donner du sens, de mobiliser des savoirs connus, de développer des stratégies et de mettre en œuvre diverses attitudes liées notamment à la confiance en soi et à l'autonomie » (RIM, p. 23).

Pólya (1945) est reconnu comme étant le premier à avoir produit une heuristique de résolution de problèmes. L'heuristique de Pólya (1945) comprend quatre étapes :

- comprendre le problème;
- concevoir un plan;
- mettre le plan à exécution;
- vérifier l'exactitude de la solution.

Lors de la première étape, l'élève essaie de cibler ce qu'il cherche et de déterminer ce qu'il sait à partir des données du problème. Pour ce faire, il peut dessiner un schéma représentant le problème, écrire sur papier les données qu'il contient ou transposer ces données en notation mathématique. Lors de la deuxième étape, l'élève tente d'établir un lien entre les données du problème et l'inconnu. Pour ce faire, il peut se demander s'il a déjà fait un problème de ce type et si la démarche suivie pourrait être réutilisée. Il peut aussi tenter de reformuler le problème.

Ces étapes permettent à l'élève de bâtir un plan d'action pour obtenir la solution. À la troisième étape, l'élève utilise ses outils mathématiques et résout le problème. Enfin, à la quatrième étape, il vérifie sa solution et l'analyse pour déterminer si elle peut être réinvestie pour d'autres types de problèmes. La schématisation de cette heuristique peut laisser croire à une démarche linéaire, mais Pólya lui-même mentionnait que des allers-retours entre les différentes étapes sont souvent nécessaires.

Il est très important de se rappeler que le but premier de la résolution de problèmes est davantage de donner un sens aux mathématiques que de maîtriser les étapes d'un processus ou un ensemble de stratégies (MÉO, fascicule 2, page 43).

Déjà, en 1988, le ministère de l'Éducation du Québec précisait, dans le *Fascicule K*, qu'« obliger les élèves à employer systématiquement de tels modèles [heuristiques] pour résoudre n'importe quel problème ou pour laisser des traces écrites de leur démarche peut mener à des absurdités et à une véritable déformation du sens de l'activité de résolution de problèmes en mathématique. En effet, le développement de l'habileté à résoudre des problèmes ne saurait se réduire à l'apprentissage d'une technique qu'il suffirait d'appliquer un peu à la manière d'un algorithme » (Fascicule K, p.50).

Il est à noter que ce n'est pas la démarche en soi qui pose un problème, mais bien la façon dont elle est utilisée. En ce sens, Goulet (2018) mentionne également qu'« […] il faut s'assurer que la méthode est introduite dans les classes de façon à favoriser la réflexion des élèves et à éviter qu'au contraire, elle limite leur créativité » (Goulet, 2018. p.281).

Mercier (2008) et Sarrazy (1997) ont exprimé leur crainte d'une « démathématisation » de l'enseignement, au sens où l'activité de résolution de problèmes deviendrait une activité pour elle-même (résoudre pour résoudre ou apprendre à résoudre). Dans le même sens, Houle et Giroux (2016), s'appuyant sur les propos de Brousseau (1998), vont plus loin et précisent que le fait d'apprendre à l'élève une démarche de résolution de problèmes pourrait conduire à une « déresponsabilisation du contrôle du travail intellectuel de l'élève, c'est-à-dire qu'au lieu de s'engager dans la recherche d'une solution au problème, il chercherait à respecter la méthode qui lui a été enseignée » (RIM, p.28).

Selon plusieurs auteurs, l'enseignement d'une démarche de résolution de problèmes peut amener l'élève à exécuter une série d'étapes en ne réfléchissant pas aux enjeux mathématiques présents dans le problème. L'étude de Goulet (2018) montre en effet que c'est souvent ce qui se produit. Une attention particulière doit donc être portée à l'enseignement de ces stratégies pour qu'elles outillent les élèves en ce qui a trait à la réflexion et à la façon de s'y prendre pour résoudre le problème, tout en s'assurant qu'ils demeurent centrés sur les enjeux mathématiques. Il ne faut donc pas confondre l'enseignement de stratégies métacognitives au service de la résolution de problèmes et l'enseignement d'une démarche séquentielle à utiliser systématiquement pour tous les problèmes (RIM, p. 29).

Goulet (2018) a permis de dégager cinq constats en lien avec les effets de l'enseignement séquentiel de la démarche « ce que je sais, ce que je cherche » :

- elle réduit l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes à une méthode;
- elle amène les élèves à devenir des exécutants plutôt que des « solutionneurs »;
- elle limite la résolution de problèmes à l'intention de mobiliser et d'appliquer les concepts une fois qu'ils ont été appris;
- elle ajoute à la tâche des élèves sans leur permettre de mieux résoudre les problèmes, plusieurs résolvant d'abord un problème et effectuant ensuite les différentes sections de la démarche;
- elle est jugée difficile à comprendre et inutile par plusieurs élèves.

Selon cette même étude (Goulet, 2018), différents inconvénients ont été soulevés par les enseignants et les élèves interrogés:

- cela brime la liberté, la réflexion des élèves;
- cela crée un deuxième problème, celui de savoir quoi mettre dans les cases;
- c'est inutile pour certains élèves;
- c'est long;
- cela rend l'activité de résolution de problèmes négatives.

Goulet (2018) s'est également intéressée aux raisons pour lesquelles les élèves choisissent d'utiliser (ou de ne pas utiliser) la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » :

- les élèves qui choisissent d'utiliser une méthode le font principalement pour éviter de relire le texte en entier (50 %), ou encore parce que ça les aide à s'organiser (42,9 %) ;
- les élèves qui ne l'utilisent pas justifient leur choix en qualifiant la méthode d'inutile (25,5 %) et de trop longue à compléter (18,9 %) ;
- une proportion d'élèves (15,5 %) ont aussi déclaré que l'utilisation de la méthode rend la résolution de problèmes plus difficile à réaliser ;
- si la méthode semble principalement nuire à l'efficience des élèves, certains soulèvent plutôt un sentiment de nuisance à leur efficacité.

(Goulet, 2018. p.253)

Goulet (2018) formule l'hypothèse générale selon laquelle la façon dont la méthode « ce que je sais, ce que je cherche » est présentée et utilisée dans les classes du primaire s'éloigne de ce qui est recommandé par la recherche, entraînant non seulement des conséquences chez les élèves, mais aussi sur l'atteinte des finalités associées à l'activité de résolution de problèmes mathématiques. Il faut cependant souligner que cette hypothèse ne se limite pas à cette méthode. En effet, celle-ci peut être transférée à toute méthode axée sur le repérage d'informations explicites dont les étapes sont présentées et utilisées de façon séquentielle.

Par ailleurs, l'enseignement de stratégies cognitives et métacognitives au service de la résolution de problèmes serait plus avantageux que l'enseignement d'une démarche de résolution. En effet, le RIM (2019) relève l'utilité de quatre stratégies d'autorégulation cognitive :

- détermination du but;
- la planification;
- le contrôle;
- la régulation.

(RIM, p. 26)

Bien que les élèves puissent bénéficier de l'apprentissage de ces stratégies, cela ne suffit pas à les amener à pouvoir mobiliser les bons concepts mathématiques en contexte de résolution de problèmes et à établir des liens entre eux. (RIM, p. 29)

Radford (1996), par exemple, note que « La compréhension [de l'énoncé d'un problème] est conditionnée entre autres par les connaissances antérieures de l'individu. De plus, le fonctionnement de la compréhension dépend du niveau de formation cognitive du modèle de résolution de problèmes auquel l'individu fera appel. [...] Il faut donc être conscients qu'en général on ne peut pas demander à l'élève d'avancer un plan, suite à la lecture du problème. La compréhension et l'élaboration d'un plan ne sont pas des « étapes » indépendantes; ce sont des processus interreliés. Probablement qu'il serait plus fructueux de demander à l'élève d'essayer de plonger dans le problème, d'essayer des solutions possibles » (cité dans Maheux et Proulx, 2014. p. 27).

De plus, selon le MÉO (fascicule 2, p. 44) aux cycles préparatoire et primaire, il est préférable que les élèves explorent les stratégies incidemment dans le contexte de la résolution de problèmes au quotidien plutôt que dans le cadre d'enseignement formel des stratégies proprement dites.

L'enseignement de démarches séquentielles de résolution de problèmes et l'enseignement de stratégies cognitives et métacognitives peuvent sembler très similaires, mais sont foncièrement différents. En ce sens, l'enseignement d'une démarche de résolution de problèmes amène l'élève à appliquer une procédure à suivre tandis que l'enseignement de stratégies amène l'élève à réfléchir et à s'autoquestionner sur les moyens qu'il peut utiliser pour solutionner un problème et à en évaluer l'efficacité. Par exemple, déterminer le but de la tâche est une stratégie alors que lire le texte deux fois et surligner la question est une action posée en lien avec une procédure. Ce qu'il faut retenir, c'est qu'il peut y avoir d'autres façons que cette action pour déterminer le but de la tâche. Qui plus est, le rôle de l'enseignant est d'accompagner les élèves à réfléchir, à expérimenter, à partager et à évaluer différents moyens d'actualiser une même stratégie.

9. Si j’enseigne les mathématiques par la résolution de problèmes, qu’est-ce que je fais du matériel pédagogique (cahier du maître, cahier de l’élève, etc.)?

Le matériel pédagogique est conçu dans une optique centrée sur l’enseignant, à l’inverse de l’approche dont il est question ici. Ce qui ne veut pas dire qu’il doit être mis de côté. Le contenu et les idées sur le plan pédagogique sont les fruits de longues réflexions. Ce matériel peut encore servir de ressource principale en prenant soin d’orienter les modules et les leçons vers une approche axée sur la résolution de problèmes (Van de Walle, 2007, p.21).

L’accent devrait être mis sur une approche diversifiée en fonction de ce qui est optimal pour l’enseignement et l’apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes. Le matériel pédagogique permettra à l'élève de développer sa fluidité en lien avec les concepts (en se pratiquant). Cela demeure quelque chose d'important en mathématique. Il faut cependant que cette fluidité soit soutenue par la compréhension conceptuelle (RIM, p. 10).

10. De quoi avons-nous besoin comme matériel pour enseigner les mathématiques par la résolution de problèmes ?

D'une banque de tâches dont les contextes sont signifiants et pertinents pour les élèves qui permettent de les exposer à une multitude et à une variété de situations de problèmes mathématiques :

- problèmes sans nombres;
- problèmes dont la solution se trouve en suivant des directives (comme dans une recette);
- problèmes exigeant une recherche d'information (toutes les données ne sont pas présentées);
- problèmes où il faut interpréter des données dans des diagrammes ou des tableaux;
- problèmes contenant des données superflues;
- problèmes où l'on doit faire un classement;
- problèmes où l'on doit utiliser un modèle (p. ex. : reproduire une construction à trois dimensions);
- problèmes à plusieurs étapes (p. ex. : réaliser une maquette);
- problèmes où il faut tracer des diagrammes;
- problèmes où l'on doit utiliser des formules;
- problèmes à inventer à partir des données fournies;
- problèmes à réponses personnalisées (p. ex. : construire un dallage ou une mosaïque);
- problèmes qui demandent une réponse approximative;
- problèmes à plusieurs solutions.

(MÉO, 2006, Guide d'enseignement efficace : Fascicule 2 p. 28-29)

Selon le *Fascicule K*, les situations de problèmes mathématiques devraient provenir de différents contextes (contextes réels, contextes réalistes, contextes fantaisistes et contextes purement mathématiques), être variées quant au nombre de leurs solutions (une seule solution, un nombre fini de solutions, une infinité de solutions et aucune solution) et diversifiées du point de vue de l'adéquation des données fournies (données complètes, données superflues, données manquantes et données insuffisantes) (Gouvernement du Québec, 1988).

Exemples de situations de problèmes mathématiques

- Mathémagie : https://www.semainedesmaths.ulaval.ca/index.php?id=838
- Résolution de problèmes : https://grefem.uqam.ca/

11. Comment évaluer la compétence à raisonner si j'enseigne les mathématiques par la résolution de problèmes ?

Le développement de la compétence « Raisonner à l'aide de concepts et processus mathématiques » implique le recours à des situations-problèmes qui vont forcer l'élève à se questionner, à établir des liens entre les éléments en présence et à chercher des réponses à son questionnement. Ces situations portent sur l'arithmétique, la géométrie, la mesure, la probabilité et la statistique et réfèrent occasionnellement à l'histoire de la mathématique. (PFEQ, mathématique, primaire. p. 128)

La distinction entre les trois compétences est essentiellement une question d'accent mis sur différentes facettes de l'exercice de la pensée mathématique, où tout s'intègre. Une telle distinction devrait faciliter la compréhension de cette pensée et la structuration de l'intervention pédagogique, mais ne veut aucunement suggérer qu'il s'agit d'éléments à traiter séparément. Raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ne peut logiquement se faire que si l'on communique avec le langage mathématique et le raisonnement mathématique s'exerce le plus généralement en situation de résolution de situations-problèmes. (PFEQ, mathématique, primaire. p. 125)

Les trois compétences du programme de mathématiques sont interdépendantes et se développent de façon synergique. Un tel développement est particulièrement favorisé par des situations d'apprentissage qui, d'une part, misent sur la participation active de l'élève et le recours au processus de résolution de problèmes et qui, d'autre part, offrent une certaine flexibilité tant dans le choix des modes de représentation que dans le passage d'un mode de représentation à un autre. (PFEQ, mathématique, secondaire premier cycle. p. 237)

Pour susciter l'intérêt et l'engagement de l'élève, l'enseignant lui proposera des situations-problèmes, des situations d'application ou des situations de communication. Ces situations d'apprentissage peuvent comporter des activités d'exploration, de manipulation, de création artistique, etc. En tant que modalité pédagogique, la résolution de situations-problèmes est privilégiée en raison de la richesse et de la diversité des apprentissages qu'elle favorise. (PFEQ, mathématique, secondaire deuxième cycle. p.14)

L'apprentissage par situations-problèmes conduit l'élève à explorer des pistes de solution pour franchir les obstacles que comporte la situation à résoudre : il est appelé à explorer, à construire, à élargir, à approfondir, à appliquer et à intégrer des concepts et des processus liés aux différents champs mathématiques. Il fait ainsi appel à sa créativité et acquiert les habiletés intellectuelles nécessaires au développement de la pensée et de la démarche mathématiques en même temps qu'il s'approprie diverses stratégies d'ordre affectif, cognitif et métacognitif ou de l'ordre de la gestion des ressources. Il a de plus l'occasion de prendre conscience de ses capacités et d'apprendre à respecter le point de vue des autres. (PFEQ du secondaire, deuxième cycle. p. 14)

Ainsi, selon la tâche choisie et les attentes visées par rapport aux apprentissages de l'élève, il s'agit de sélectionner les critères d'évaluation appropriés. En ce qui concerne plus particulièrement la compétence à raisonner, **les principaux critères d'évaluation** (qui sont sensiblement les mêmes pour le primaire et le secondaire) **sont liés à la résolution de problèmes**. Ces critères sont, de façon vulgarisée, l'analyse de la tâche et le choix de concepts et processus mathématiques appropriés, l'application de ces concepts et processus, la justification des actions et la structuration de la démarche. Ces critères sont observés à partir de tâches qui présentent une certaine complexité, notamment à travers des problèmes.

Small (2013) rapporte que la résolution de problèmes en mathématique a souvent été utilisée comme un point d'arrivée au terme d'une séquence d'enseignement, voire comme un moyen de transfert des apprentissages. Pour optimiser l'apport de la résolution de problèmes, cette auteure avance qu'il serait encore plus avantageux de l'utiliser comme le moyen d'apprentissage de la mathématique. Le PFEQ au secondaire va dans le même sens : « La résolution de situations-problèmes est au cœur des activités mathématiques comme de celles de la vie quotidienne. Elle est observée sous deux angles. D'une part, elle est considérée comme un processus, d'où la compétence « Résoudre une situation-problème ». D'autre part, en tant que modalité pédagogique, elle soutient la plupart des démarches d'apprentissage de la discipline » (MEQ, 2006b, p. 231).

Van de Walle et Lovin (2007, p. 10) précisent également que les élèves […] doivent résoudre des problèmes, non pour mettre en pratique les notions mathématiques qu'ils possèdent déjà, mais pour en apprendre de nouvelles. Lorsqu'ils doivent résoudre des problèmes judicieusement choisis et se concentrer sur les méthodes de solution, il en résulte une nouvelle compréhension des concepts mathématiques intégrés dans la tâche (R.I.M. p.20).

Pour aller plus loin :

Triangulation des traces d'apprentissage

12. Comment faire le pont entre l'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes et les épreuves ministérielles en mathématique ?

Les tâches de résolution de problèmes proposées aux élèves doivent être variées afin de leur permettre de développer l'ensemble des composantes des trois compétences des programmes de mathématique. Ainsi, on veille également à développer chez les élèves une compréhension des concepts et processus, leur flexibilité et fluidité à les mobiliser. De plus, l'enseignement par la résolution de problèmes permet aux élèves de développer des stratégies qui les outillent pour faire face à une variété de situations. L'enseignement-apprentissage de la mathématique par la résolution de problèmes offre donc aux élèves l'accès au développement de leur plein potentiel dans cette discipline et leur permet de s'approprier des outils nécessaires **pour résoudre une variété de types de tâches** telles qu'un ensemble ou une suite d'applications, formuler une conjecture, démontrer, invalider à l'aide d'exemple, convaincre à l'aide d'arguments mathématiques et reconnaître et appliquer un modèle.

La pratique d'épreuves ministérielles n'est pas la meilleure façon de préparer nos élèves aux épreuves. Le format des tâches ministérielles n'est pas à lui seul le format à privilégier pour habiliter les élèves à résoudre des problèmes. Les épreuves ministérielles ne sont qu'une photo à des moments précis dans le parcours scolaire de l'élève. Pour ce faire, différentes tâches peuvent être utilisées.

En effet, il est recommandé de proposer une variété de situations et de tâches (écrite, orale, illustrée, etc.) impliquant un nombre variable de concepts issus d'un ou de plusieurs champs mathématiques (arithmétique, géométrie, mesure, probabilité, statistique, etc.) dans lesquelles on amène les élèves à raisonner, à réfléchir, à se questionner et à se réguler. Ainsi, ils deviendront plus habiles en mathématique et ils devraient réussir plus facilement les épreuves obligatoires. L'enseignant accompagne les élèves dans leur réflexion pour résoudre ces tâches sans les faire à leur place.

En résumé, la résolution de problèmes ne peut se résumer à un enseignement de stratégies cognitives et métacognitives au service de la résolution de problèmes. Bien que les élèves puissent bénéficier de l'apprentissage de ces stratégies, cela ne suffit pas à les amener à pouvoir mobiliser les bons concepts mathématiques en contexte de résolution de problèmes et à établir des liens entre eux. En tant qu'enseignant, il importe d'abord de s'assurer de proposer aux élèves un problème qui fera évoluer leurs connaissances mathématiques. Pour ce faire, il faut pouvoir déterminer où en sont les connaissances mathématiques des élèves afin de leur proposer un problème qui permettra de partir de ces connaissances pour les faire évoluer (RIM, p. 34).

13. Comment différencier l'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes ?

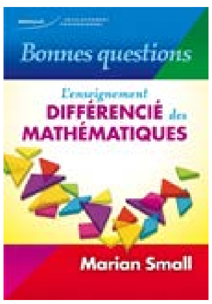
Il est important de ne pas oublier que résoudre des problèmes mathématiques n'implique pas nécessairement de présenter que des problèmes écrits. En ce sens, s'il est formulé clairement, le problème peut être présenté sous forme d'un énoncé écrit, à l'oral, par une illustration (photo, vidéo, etc.) ou même une combinaison de toutes ces représentations, de façon à être compris par tous les élèves.

On retrouve dans les programmes du primaire et du secondaire plusieurs pistes de différenciation pédagogique pour l'enseignant. Si ces pistes apparaissent implicitement dans le programme du primaire, elles apparaissent plus explicitement dans ceux du secondaire en particulier dans celui du deuxième cycle.

Parmi les « pistes favorisant une pratique de différenciation » (MELS, 2005, p. 14), on retrouve les suivantes :

- amener les élèves à concevoir eux-mêmes des situations;
- offrir aux élèves la possibilité de choisir entre des situations qui font appel aux mêmes concepts et processus, mais dont les contextes diffèrent;
- proposer des situations d'apprentissage qui peuvent être exploitées dans différents champs de la mathématique ou à l'aide de différents registres de représentation (tâches écrites, photos, vidéos, tâches visuelles, etc.) ;
- varier les modalités d'organisation de la classe : activités individuelles ou de coopération.

Documents de référence :



(Voir le chapitre 5 dans «Enseigner la résolution de problème» de Colette Picard.

14. Quels sont les exemples de ressources disponibles ?

Liste non exhaustive de ressources : variété de tâches qui permettent de travailler la fluidité et la flexibilité en plus de travailler la résolution de problèmes pour consolider les concepts

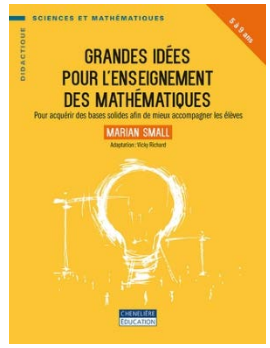
- causeries mathématiques :
  http://ntimages.weebly.com/photos.html
  http://wodb.ca/
  https://www.101qs.com/
  http://fractiontalks.com/
  https://samedifferentimages.wordpress.com/2017/09/04/quantity-to-5/
  http://www.visualpatterns.org/
  http://www.wouldyourathermath.com/category/k2/
- algèbre :
  https://www.youcubed.org/algebra/

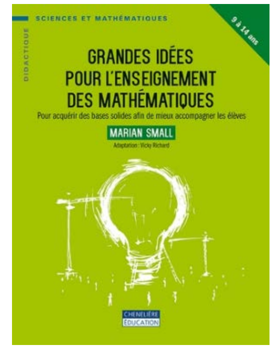
- estimation
  http://www.estimation180.com/
  https://stevewyborney.com/2018/11/esti-mysteries-estimation-meets-math-mysteries/

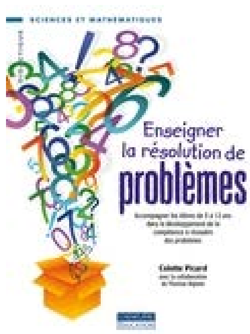
- manipulation
  https://www.mathlearningcenter.org/resources/apps
  https://toytheater.com/category/teacher-tools/virtual-manipulatives/

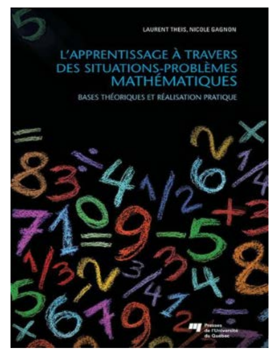
- math en 3 temps
  https://docs.google.com/spreadsheets/u/1/d/1jXSt_CoDzyDFeJimZxnhgwOVsWkTQEsfqouLWNNC6Z4/pub?output=html
  https://www.101qs.com/search.php?q=fraction#00000000000
  https://gfletchy.com/3-act-lessons/

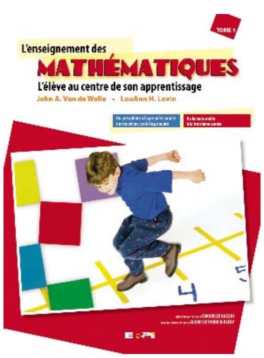
- Ouvrages de référence :

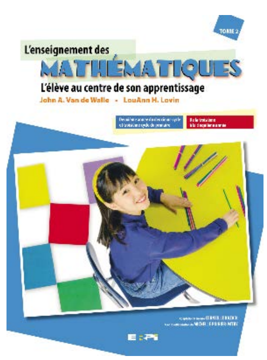












- [Informatheur (Revue de l'AFEMO, Ontario)]

Maheux, J. F., et Proulx, J. (2014). De résoudre un problème à problématiser mathématiquement : Vers une nouvelle approche de l'activité mathématique de l'élève. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 24-43.